Journal of Technology and Information Education
Časopis pro technickou a informační výchovu
2009, Volume 1, Issue 3
ISSN 1803-537X
RESEARCH ARTICLES

SOME RESULTS AND CONCLUSIONS OF THE RESEARCH OF TEACHING APPLIED MATHEMATICS EFFICIENCY BY MS EXCEL

Jana BORŽÍKOVÁ

Abstract: *The paper deals with quantitative and qualitative analysis of the research of efficiency Applied Mathematics teaching at Faculty of Manufacturing Technologies TUKE with seat in Prešov by using MS Excel. The article introduces using methods, analyses four tested hypothesis and presented obtained results.*

Key words: *numerical methods, subject an Applied Mathematics, research, control group, experimental group.*

VÝSLEDKY A ZÁVERY VÝSKUMU EFEKTÍVNOSTI VYUČOVANIA APLIKOVANEJ MATEMATIKY POMOCOU MS EXCEL

Resumé: *Príspevok sa zaoberá kvantitatívnym a kvalitatívnym rozborom výskumu efektívnosti vyučovania aplikovanej matematiky na Fakulte výrobných technológií TUKE so sídlom v Prešove s využitím MS Excel. Článok uvádza použité metódy, analyzuje štyri testované hypotézy a prezentuje získané výsledky.*

Klíčová slova: *numerické metódy, predmet Aplikovaná matematika, výskum, kontrolná skupina, experimentálna skupina.*

1 Úvod

Technický rozvoj a množstvo informácií, ktoré nás denne zaplavujú nás núti zamyslieť sa nad tým, čo má zmysel robiť tak, ako to bolo zvykom. Hlavne na vysokých školách technického zamerania tlak zo strany technických predmetov vyvoláva zmeny aj v študijných programoch príbuzných predmetov. Počet hodín vyčlenených na tieto predmety klesá, klesá aj úroveň vedomostí, ktoré prinášajú študenti zo stredných škôl. Jednou z možností riešenia je zmena organizácie výučby. [1]

Z uvedeného vidíme, že, na väčšine fakúlt dochádza k zmene organizácie prednášok a cvičení, k zvyšovaniu snahy podporovať prípravu inžiniera pomocou „vhodnej“ výpočtovej techniky. Vzniká otázka, ktorý z dostupných softvérov použiť pri vyučovaní matematiky, konkrétne aplikovanej matematiky.

Ak zvážime doteraz spomenuté kritériá: pripravenosť študentov z matematiky, ich počítačovú gramotnosť, možnosti a potreby predmetu a finančnú dostupnosť na trhu, budeme sa z programov MS Excel, Matlab, Mathematica, programovací jazyk Pascal (Delphi) bližšie venovať aplikácii MS Excelu na hodinách aplikovanej matematiky. Ide o tabuľkový procesor využívajúci všetky výhody práce s dátami, tabuľkami. Umožňuje tieto dáta ďalej spracovávať numericky aj graficky. Cez absolútne a relatívne odkazy pracuje so vzorcami.

Veľkou výhodou využitia MS Excel pri vyučovaní numerickej matematiky je jeho dostupnosť na trhu a pripravenosť študentov. Posledné ročníky študentov v rámci stredoškolských učebných osnov absolvovali už celý balík programov Microsoft (MS Word a MS Excel, …). Aj keď nie je priamo určený pre riešenie numerických úloh, má pre to predpoklady a obsahuje niektoré doplnky (napr. Solver, Analýza dát), ktoré pomôžu pri riešení takýchto úloh. Podobne niektoré funkcie (napríklad Linregrese a Lintrend) umožňujú riešiť uvedené úlohy.

V predmete je iba nástrojom, nie cieľom. Je vhodný pre začiatočníkov a súčasne spolu s Visual Basic umožní aj „lepším“ študentom zvyšovať svoje zručnosti a využiť kreativitu.

Vhodnosť využitia MS Excelu ako didaktickej pomôcky na hodinách aplikovanej matematiky bola ďalej overovaná porovnaním dosiahnutých výsledkov v dvoch rôznych ročníkoch. A tomu sa venoval prezentovaný výskum.

2 Cieľ výskumu a stanovené hypotézy

Z obsahu predchádzajúcej kapitoly bol konkretizovaný nasledujúci cieľ výskumu:

Zvýšenie efektívnosti vyučovania aplikovanej matematiky pomocou MS Excel.

V závislosti od stanoveného cieľa bola formulovaná východisková hypotéza:

H: *Využívanie MS Excelu na hodinách aplikovanej matematiky v podmienkach našej fakulty je efektívnejšie.*

Pre sledovanie kvality využívania MS Excelu vo vyučovacom procese sa ako najvhodnejší javil výskum Ex post facto. Mnohé problémy v pedagogike je ťažké, ba niekedy nemožné overiť experimentálne. Téma je časovo náročná, t. j. kvalita softvéru sa mení každou minútou. Každoročne prichádzajú na trh nové programy, ktoré sú využiteľné v aplikovanej matematike. Ďalej je téma ovplyvniteľná aj inými objektívnymi faktormi. V čase výskumu prichádzali na kurzy aplikovanej matematiky pomerne slabí študenti z prechodových ročníkov a na fakulte sa znižoval počet hodín matematiky, čo ovplyvnilo kvalitu výučby.

Výskum ex post facto môže flexibilnejšie reagovať na aktuálne potreby pedagogickej praxe. Ak je správne určená príčina sledovaných javov, aktuálne navrhnutá zmena prinesie zlepšenie vyučovacieho procesu a je možné ju hneď zaradiť do vyučovacieho procesu. Minimalizuje sa vplyv skúmaného prvku (edukanta), pretože ten nevie, že je súčasťou výskumu. Študenti na vysokých školách si sú vedomí toho, že časť úspechu môžu dosiahnuť aj tým, že zisťujú informácie o predmete aj z iných zdrojov (napríklad iných študijných skupín a u iných cvičiacich). Tým by nastal prienik medzi informáciami z experimentálnej a kontrolnej skupiny pri empirickom výskume. Mohol by nastať tiež Hawthornský efekt [2], ktorý hovorí, že ľudia vybraní do výskumu sa môžu cítiť poctení a snažia sa tak dosiahnuť vyššie výsledky.

Všeobecnou nevýhodou výskumu ex post facto je nesprávne vytvorený záver. Aby sme sa vyhli tomuto riziku, vyberieme takú skupinu, v ktorej môžeme minimalizovať počet premenných faktorov. Ako ďalšiu nevýhodu tohto výskumu by som uviedla to, že zovšeobecnenie nastáva iba na malej vzorke, napríklad bude to zovšeobecnenie platné na domácej fakulte.

Pracovné hypotézy boli formulované nasledovne:

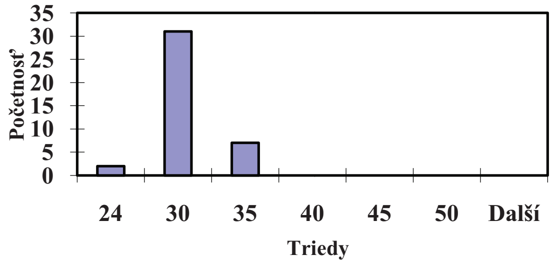
- ***H1***: MS Excel prispieva k lepšiemu pochopeniu a zapamätaniu danej metódy, čo sa prejaví na vyššom hodnotení študentov na skúške.
- ***H2:*** Študenti získavajú vyšie bodové hodnotenie pri jednotlivých úlohách pri používaní MS Excelu.
- ***H3:*** MS Excel zabezpečuje komplexné (úplné) riešenie úlohy, čo sa prejaví vyšším percentom úplne vyriešených úloh.
- ***H4:*** Využívanie MS Excelu znižuje percento numerických chýb v porovnaní s Pascalom.

3 Kvantitatívne zhodnotenie výsledkov hypotézy 1

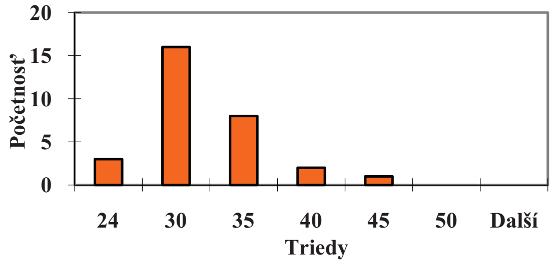
Boli vykonané nasledujúce šetrenia:

- tabuľkou absolútnych a kumulatívnych početností a grafom sú vyhodnotené výsledky študentov pri udeľovaní zápočtov v skupine A,
- tabuľkou absolútnych a kumulatívnych početností a grafom sú vyhodnotené výsledky študentov pri skúške v skupine A,
- tabuľkou absolútnych a kumulatívnych početností a grafom sú vyhodnotené výsledky študentov pri udeľovaní zápočtov v skupine B,
- tabuľkou absolútnych a kumulatívnych početností a grafom sú vyhodnotené výsledky študentov pri skúške v skupine B,
- párovým testom sa potvrdzovala rovnosť výsledkov na zápočte a skúške v skupine B,
- Wilcoxonovým testom sa potvrdzovala rovnosť výsledkov na zápočte a skúške v skupine B.

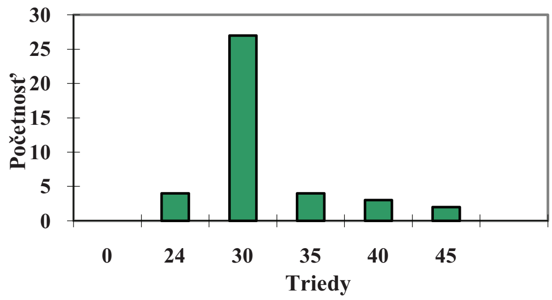
Uvediem získané výsledky:



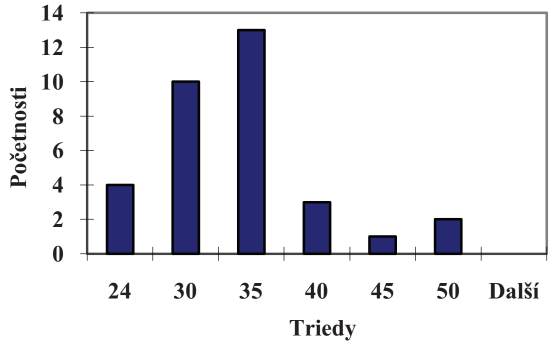
Obr 1: *Početnosti študentov na zápočte v skupine A*



Obr 2: *Početnosti výsledkov študentov na skúške v skupine A*



Obr 3: *Početnosti výsledkov pri udeľovaní zápočtu v skupine B*



Obr 4: *Početnosti výsledkov na skúške v skupine B*

Ďalej uvediem výsledky párového testu na potvrdenie rovnosti výsledkov na zápočte a skúške v skupine B. Overovali sme vplyv rôznej metodiky vyučovania na výsledky študentov na skúške. Na overenie rovnosti štatistických výberov bol použitý párový test [3]. So súboru boli vylúčení študenti, ktorým nebol udelený zápočet (4), alebo sa nedostavili na skúšku ani v jednom termíne (3).

Nech (η_1, η_2) je vektor stredných hodnôt. Testovali sme hypotézu
H_0: $(\eta_2 - \eta_1) = \Delta = 0$ proti H_1: $(\eta_2 - \eta_1) = \Delta \neq 0$.
Testovacia štatistika je veličina

$$|t| = \frac{\overline{Z}}{S}\sqrt{n} = 7{,}86$$

ktorá ma t-rozdelenie. Hodnota $\overline{Z}$ je aritmetický priemer rozdielov a S je ich smerodajná odchýlka. Hypotézu zamietame, pretože $|t| > 2{,}7$. Pričom 2,7 je hodnota pre t-rozdelenie na hladine významnosti $\alpha = 0{,}02$: $t(0{,}01, 32)$.

Wilcoxonov test na potvrdenie rovnosti výsledkov na zápočte a skúške v skupine B. [3] So súboru boli vylúčení študenti, ktorým nebol udelený zápočet (4), alebo sa nedostavili na skúšku (3). Vypočítali sme rozdiely *Zi* dosiahnutých výsledkov u jednotlivých študentov. Súčty poradí kladných rozdielov a záporných rozdielov sú.

$R^+ = 332$
$R^- = 229$

Min (229, 332) = 229 > 138
(138 je kritická hodnota z tabuliek na hladine významnosti 0,01 pre $n = 33$).
Nebolo splnené kritérium a teda hypotézu o rovnosti nezamietame.

4 Kvantitatívne zhodnotenie výsledkov hypotézy 2

Pri každej riešenej úlohe v teste je vykonaná analýza dosiahnutých výsledkov, absolútne a relatívne početnosti jednotlivých bodových hodnotení. Dvojvýberovým Wilcoxonovým testom je overená rovnosť (rôznosť) hodnotenia.

Pre nedostatok miesta uvediem, len príklady pre výskum zaujímavých výsledkov.

Riešenie úloh pomocou metódy najmenších štvorcov [4]:

V oboch skupinách A aj B bola cvičená lineárna, hyperbolická, kvadratická aj kubická závislosť. Všetky tieto typy sa vyskytovali aj v testových úlohách. V prípade formulácie jednoduchšej úlohy bolo potrebné spracovať dve závislosti a vzájomne ich porovnať. 100 % zvládnutá úloha bola hodnotená 4 bodmi.

V skupine A bola úloha riešená 39 študentmi. Aritmetický priemer je 2,97, smerodajná odchýlka 1,07, rozptyl 1,53. V skupine B bola táto úloha riešená 39 študentmi s celkovým bodovým hodnotením 4 body. Aritmetický priemer bodov v tejto skupine bol 3,29, smerodajná odchýlka 1,13, rozptyl 1,29. (Obr. 5)

Hypotézu o rovnosti distribučných funkcií výberov skupiny A a skupiny B overíme dvojvýberovým Wilcoxonovým testom. Testujeme teda:
H_0: $(F_1(x) = F_2(x))$ proti H_1: $(F_1(x) \neq F_2(x))$
Usporiadame $n = 78$ hodnôt podľa veľkosti a priradíme im poradie $X_{11},\ldots X_{1n_1}$ a $X_{21},\ldots X_{2n_2}$. Určíme štatistiky

$$S_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - T_1 = 981 \text{ a}$$

$$S_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - T_2 = 535{,}5. \text{ pričom}$$

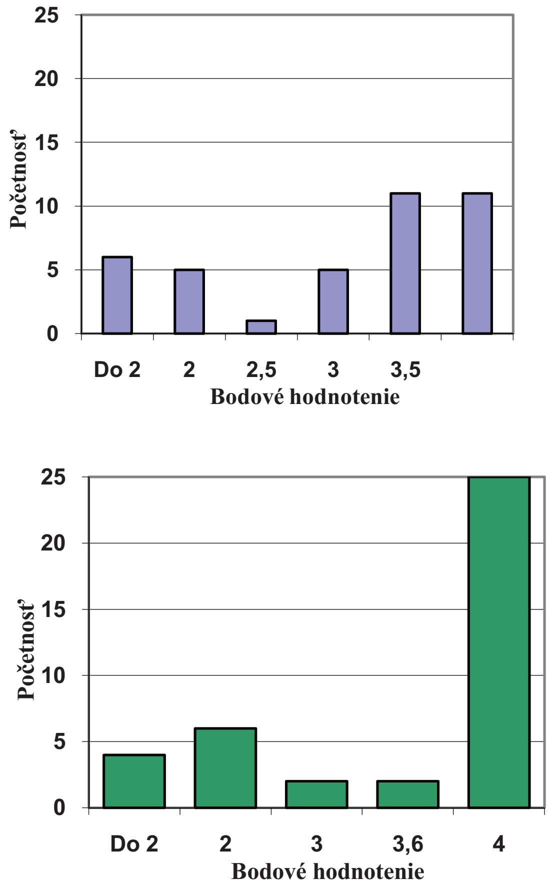
$$T_1 = X_{11} + X_{12} + \ldots + X_{1n_1} = 1320 \text{ a}$$

$$T_2 = X_{21} + X_{22} + \ldots + X_{2n_2} = 1765{,}5.$$

Keďže n je dostatočne veľké, určíme veličinu

$$U = \frac{S_1 - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2}{12}(n_1 + n_2 + 1)}} = -2{,}248$$

Keďže platí, že $|U| \geq 2{,}170$, $u\left(\frac{\alpha}{2}\right)$*=2,170, hypotézu na hladine významnosti 0,03 zamietame, teda je významný rozdiel medzi výberom A a B.*

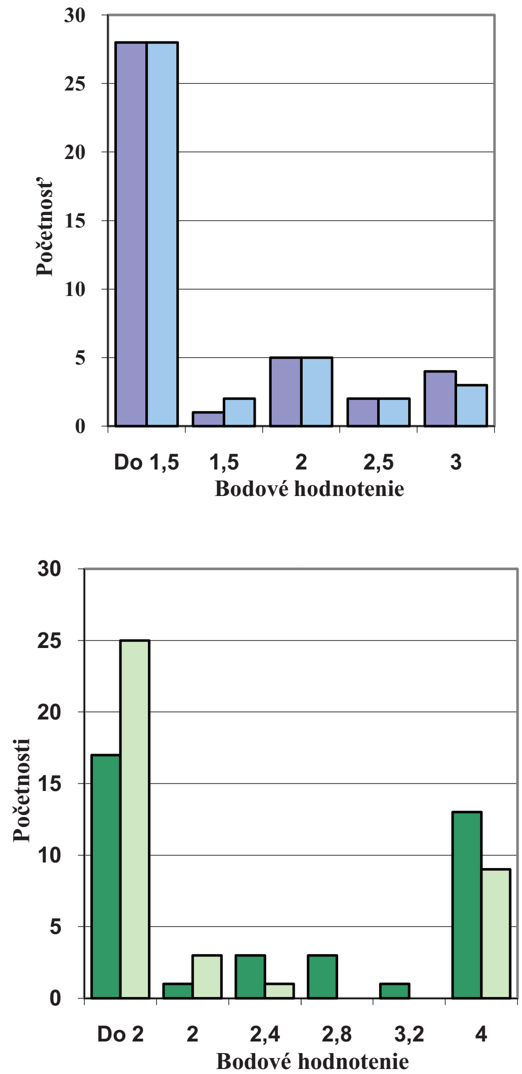


Obr 5: *Grafické porovnanie výsledkov a skupine A a v skupine B*

Riešenie nelineárnej rovnice:

Ďalšie úlohy v oboch kontrolných prácach boli zamerané na riešenie jednej nelineárnej rovnice. Keďže z výsledkov bolo jasné, že študenti majú problém so zvládnutím týchto typov, tak s odstupom ročníkov sa zmenila skladba písomných prác. V skupine B sa vyskytovali 3 úlohy z tejto oblasti, pričom jedna bola zameraná iba na separáciu koreňov. V skupine A, boli obe s plným počtom bodov 3 a boli riešené 40 študentmi.

Dosiahnutý aritmetický priemer pri jednotlivých testových úlohách bol 0,875 a 0,8, smerodajná odchýlka 1,06 a 1,03, rozptyl 1,13 a 1,07. Prvú aj druhú úlohu na riešenie jednej nelineárnej rovnice riešilo 38 študentov. Maximálny možný počet bodov za každú úlohu bol 4 body.



Obr 6: *Porovnanie bodového hodnotenia v skupine A a v skupine B*

Hypotézu o rovnosti distribučných funkcií výberov skupiny A a skupiny B overíme dvojvýberovým Wilcoxonovým testom. Overovať budeme osobitne obe úlohy.

Testujeme prvú úlohu:

H_0: $(F_1(x) = F_2(x))$ proti H_1: $(F_1(x) \neq F_2(x))$

Usporiadame n = 78 hodnôt podľa veľkosti a priradíme im poradie $X_{11},\dots X_{1n_1}$ a $X_{21},\dots X_{2n_2}$. Určíme štatistiky

$$S_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - T_1 = 1017 \text{ a}$$

$S_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - T_2 = 499$. pričom

$T_1 = X_{11} + X_{12} + \ldots + X_{1n_1} = 1323$ a

$T_2 = X_{21} + X_{22} + \ldots + X_{2n_2} = 1762$.

Keďže n je dostatočne veľké, definujeme veličinu

$$U = \frac{S_1 - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2}{12}(n_1 + n_2 + 1)}} = 2{,}61$$

Keďže $|U| \geq 2{,}576$, $u\left(\frac{\alpha}{2}\right)$*=2,576, hypotézu na hladine významnosti 0,01 zamietame.*

Testujeme druhú úlohu:
H_0: $(F_1(x) = F_2(x))$ proti H_1: $(F_1(x) \neq F_2(x))$
Usporiadame $n = 78$ hodnôt podľa veľkosti a priradíme im poradie $X_{11}, \ldots X_{1n_1}$ a $X_{21}, \ldots X_{2n_2}$. Určíme štatistiky

$S_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - T_1 = 1389{,}5$ a

$S_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - T_2 = 1637{,}5$. pričom

$T_1 = X_{11} + X_{12} + \ldots + X_{1n_1} = 950{,}5$ a

$T_2 = X_{21} + X_{22} + \ldots + X_{2n_2} = 623{,}5$.

Keďže n je dostatočne veľké, určíme veličinu

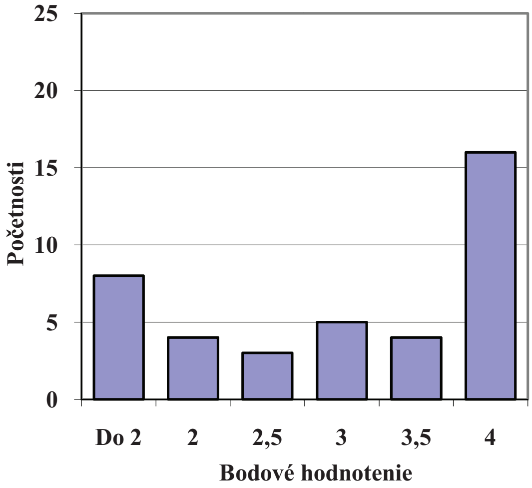
$$U = \frac{S_1 - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2}{12}(n_1 + n_2 + 1)}} = 1{,}90$$

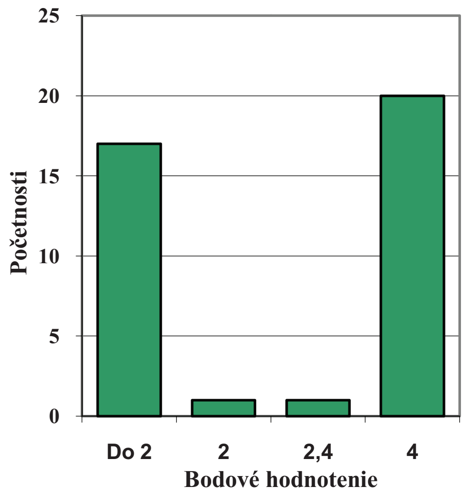
Keďže $|U| \geq 1{,}695$, $u\left(\frac{\alpha}{2}\right)$*= 1,695, hypotézu zamietame, ale až na hladine významnosti 0,06.*

Numerické riešenie diferenciálnej rovnice:

Najčastejšie vyskytujúce sa úlohy z tejto problematiky v kontrolných testoch boli riešenia diferenciálnych rovníc pomocou Eulerovej metódy a Runge-kutta 2. a 4. rádu.

Celkový počet bodov bol 4 body v skupine A aj B. V skupine A úlohu riešilo úlohu riešilo 40 ľudí. Dosiahnuté štatistické hodnoty boli: aritmetický priemer 2,76, smerodajná odchýlka 1,43, rozptyl 2,04. V skupine B úlohu riešilo 39 ľudí. Úspešnosť študentov je uvedená v tabuľke 8. Aritmetický priemer bol 2,3, smerodajná odchýlka 1,83, rozptyl 3,3.





***Obr 7:** Porovnanie výsledkov úspešnosti v skupine A a v skupine B*

Testujeme hypotézu pre riešenie diferenciálnych rovníc.
H_0: $(F_1(x) = F_2(x))$ proti H_1: $(F_1(x) \neq F_2(x))$
Usporiadame $n = 79$ hodnôt podľa veľkosti a priradíme im poradie $X_{11}, \ldots X_{1n_1}$ a $X_{21}, \ldots X_{2n_2}$. Určíme štatistiky

$S_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - T_1 = 734$ a

$S_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - T_2 = 826$. pričom

$T_1 = X_{11} + X_{12} + \ldots + X_{1n_1} = 1646$ a

$T_2 = X_{21} + X_{22} + \ldots + X_{2n_2} = 1514$.

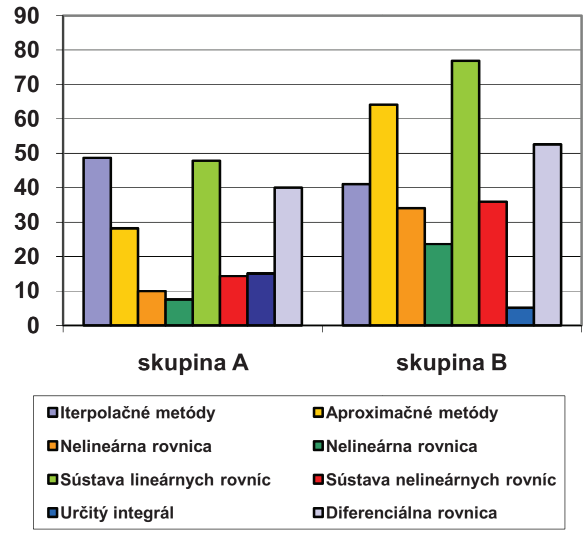
Keďže n je dostatočne veľké, určíme veličinu

$$U = \frac{S_1 - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2}{12}(n_1 + n_2 + 1)}} = 0{,}45$$

Keďže platí, že $|U| \geq 2{,}576$, $u\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2{,}576$, *hypotézu na hladine významnosti 0,01 nezamietame.*

5 Kvantitatívne zhodnotenie výsledkov hypotézy 3

Pre overenie tejto hypotézy sme si zostavili tabuľku relatívnych početností úloh s plným bodovým hodnotením (stopercentne zvládnutých úloh) v jednotlivých skupinách A a B pri predchádzajúcej hypotéze 2. Pre interpretáciu situáciu zhodnotíme aj graficky na obrázku 8.



Obr 8: *Porovnanie relatívnych početností úplne vyriešených úloh u študentov v skupine A a v skupine B*

6 Kvantitatívne zhodnotenie výsledkov hypotézy 4

Pre celkové zhodnotenie hypotézy 4 je zostavená tabuľka 1 percentuálneho podielu iba numerických chýb v skupine A a v skupine B.

Tabuľka 1: *Percentuálny podiel numerických chýb v skupine A a v skupine B*

Úloha na teste	Výsledky v skupine A (%)	Výsledky v skupine B (%)
Interpolačné metódy	23,07	15,38
Aproximačné metódy	17,95	10,26
Nelineárna rovnica 1	0	0
Nelineárna rovnica 2	2,5	0
Sústava lineárnych rovníc	4,35	0
Sústava nelin. rovníc	7,14	0
Určitý integrál	25	7,7
Diferenciálna rovnica	15	0

7 Záver

Kvalita výučby týchto metód má vplyv na celkové zvládnutie štúdia na technických fakultách. [5] Cieľom je predmet maximálne zefetívniť a získané výsledky zapracovať do metodiky predmetu Aplikovaná matematika.

Párovým testom bola hypotéza 1 zamietnutá, potvrdila sa štatisticky významná rozdielnosť. Celkovo ju považujeme za potvrdenú.

Splnenie hypotézy 2 je rôzne, závisí od úlohy. Rovnosť výberov bola zamietnutá a zlepšenie nastalo pri aproximáciách, sústavách rovníc, nelineárnych rovniciach. Zhoršenie pri určitom integrále. Pri diferenciálnych rovniciach a interpoláciach sme hypotézu nezamietli.

Pri hypotéze 3 sa vyššie percento úplne vyriešených úloh v B potvrdilo pri nelineárnych rovniciach, aproximačných metódach, sústavách rovníc. Pri diferenciálnych rovniciach bolo iba mierne vyššie, pri interpolačných metódach nižšie a pri integrálnom počte podstatne nižšie.

K hypotéze 4: pri algoritmoch riešených na PC sa minimalizovalo množstvo numerických chýb. Častejšie sa potom vyskytovali chyby zlého použitia PC. Študenti ho používali mechanicky a neoverovali správnosť riešenia úloh.

5 Literatura

[1] OMACHELOVÁ M. Numerická matematika a nový prístup k jej výučbe. In: Zborník z 2. medzinárodnej konferencie APLIMAT 2003. Bratislava: STU, 2003. ISBN 80-227-1813-0

[2] TUREK, I. Učiteľ a pedagogický výskum. Bratislava: MC, 1998. ISBN 80-8052-013-5

[3] RIEČAN, B et al. Pravdepodobnosť a matematická štatistika. Bratislava: Alfa, 1984. ISBN 63-560-84

[4] HRUBINA, K. et al. Riešené úlohy algoritmami numerických metód. Košice: Informatech, s. r. o., 2000. ISBN 80-88941-16-4

[5] STRAKA, Ľ. Využívanie ICT pre diagnostiku procesov vo vyučovacom procese vibrodiagnostiky. In: INFOTECH 2007. Olomouc: Votobia, 2007. p. 730-733. ISBN 978-80-7220-301-7.

PaedDr. Jana Boržíková, PhD.
Katedra matematiky, informatiky a kybernetiky
Fakulta výrobných technológií TUKE so sídlom v Prešove, Bayerova 1
080 01, Prešov, SR
Tel: +421 51 7723931
E-mail: jana.borzikova@tuke.sk,
Www pracoviště: http://web.tuke.sk/fvtpo/